Completación de cuadrados.

En esta oportunidad vamos a explicar la técnica de completación de cuadrados, técnica útil en varias áreas de las matemáticas, (resolución de ecuaciones de 2do grado, cálculo integral, transformadas de laplace, etc.).
Para comprender mejor este método, nos enfocaremos primero en las ecuaciones del tipo

$$ax^2 + bx + c$$

Aunque esta técnica no se limita a este tipo de expresiones. Los siguientes pasos van a estar enfocados en expresiones cuadráticas de la forma x^2 + bx + c = 0, o sea, cuando el coeficiente a = 1. En los ejemplos posteriores a estos pasos se mostrará como trabajar cuando a≠1. Es sencillo, así que no te preocupes.

Pasos para realizar la completación de cuadrados.

- Se selecciona el valor absoluto del término b, es decir, aunque este término sea negativo siempre lo tomaras positivo.
- Divides este término por 2 y a esa expresión la elevas al cuadrado. Ejemplo (b/2)^2.
- Suma y resta este nuevo término a la expresión dada.
- El primer término agregado se simplifica, osea, se simplifica la fracción que está dentro del paréntesis siempre y cuando esto sea posible, el segundo término se desarrolla.
- A los tres primeros términos se le completa cuadrado, a los dos últimos se le realizan operaciones.
- Para completar cuadrados se procede como sigue; se le calcula la raíz cuadrada al primer término, luego coloca el signo del término b, seguido de la raíz cuadrada del tercer término, que justamente va ser la expresión simplificada dentro del paréntesis. Toda esta expresión que calculaste se eleva al cuadrado.
- Ambas expresiones, la resultante de los tres primeros términos y la de los dos últimos será tu completación de cuadrados.

ejemplo 1, si a=1

$$x^2 + 4x + 5$$

se procede de la siguiente manera:

$$x^2 + 4x + 5$$

$$x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 + 5$$

$$x^2 + 4x + (2)^2 - 4 + 5$$

$$(x+2)^2+1$$

Ejemplo 2, si a≠1.

$$-2x^2+8x-3$$

$$-2(x^2-4x+\frac{3}{2})$$

En este caso es necesario extraer el coeficiente del término cuadrático, aunque este no sea factor común de la expresión.

$$-2\left[x^2-4x+(\frac{4}{2})^2-(\frac{4}{2})^2+\frac{3}{2}\right]$$

$$-2\left[x^2-4x+(2)^2-4+\frac{3}{2}\right]$$

$$-2\left[(x-2)^2-\frac{5}{2}\right]$$

Ejemplo 3, si a≠1.

$$-3x^2-8x+3$$

$$-3(x^2+\frac{8}{3}x-1)$$

$$-3\left[x^2+\frac{8}{3}x+\left(\frac{4}{3}\right)^2-\left(\frac{4}{3}\right)^2-1\right]$$

En esta última expresión debemos advertir que la fracción no se puede simplificar como en los casos anteriores, a demás, recuerde que dividir por dos es igual a multiplicar por 1/2. Entonces (8/3)*(1/2) = 4/3

$$-3\left[\left(x+\frac{4}{3}\right)^2-\frac{16}{9}-1\right]$$

$$-3\left[\left(x+\frac{4}{3}\right)^2-\frac{25}{9}\right]$$